Gewöhnliche Differentialgleichungen NWI: Nachtrag Aufgabe 9
-Sophiane Yahiatene-

Sei $J \subseteq \mathbb{R}$ ein kompaktes Intervall und $\Omega := J \times \mathbb{R}^n$. Durch ist Abgeschlossenheit von J ist Ω nicht offen und die Voraussetzungen des Satzes von Peano sind nicht erfüllt. Durch die folgenden Überlegungen dürfen wir aber den Definitionsbereich Ω zu $\Omega' := \dot{J} \times \mathbb{R}^n$ einschränken, wobei $\dot{J}$ die inneren Punkte von J sind. Die Menge Ω' ist offen.
Sei $f(t,v) = \cos(v)$, $f(t,v) = \sin(tv) - v^2$ oder $f(t,v) = \sqrt{|v-1|}$, so ist sofort einzusehen, dass f stetig auf Ω und Ω' ist. Ohne Einschränkung ist der Anfangswert t_0 in $\dot{J}$, da man ansonsten das Intervall J beliebig erweitern kann und die Funktion f trotzdem darauf definiert ist. Dies ist nötig, wenn t_0 ein Randpunkt von J ist.
Nun lässt sich der Satz von Peano auf Ω' anwenden, es gilt also

$$\exists \alpha > 0 : B_\alpha(t_0) \subseteq \dot{J},$$

sodass auf $B_\alpha(t_0)$ eine Lösung existiert.